

Урок 6

Тема: Лінійне рівняння з двома змінними та його графік. Система рівнянь з двома змінними та графічний метод її розв'язання.

Вивчення нового матеріалу

Складіть рівняння для розв'язку задач:

1. Сума двох чисел дорівнює 36.

$$x + y = 36$$

2. Купили 3 кг огірків по одній ціні і 5 кг редису по іншій ціні, а за всю покупку заплатили 107 грн.

$$3x + 5y = 107$$

3. 1 кг цукерок дорожчий від 3 кг цукру на 52 грн.

$$x - 3y = 52$$

Вивчення нового матеріалу

*Лінійним рівнянням з двома змінними x та y називається рівняння виду: $ax + by = c$, або $ax + by + c = 0$ де x та y – змінні;
 a , b та c – деякі числа.
Числа a та b називають коефіцієнтами при змінних,
а число c – вільним членом.*

Наприклад:

$$x + y = 15;$$

$$2y + x = 42;$$

$$5x + 4y - 17 = 0.$$

Розв'язком рівняння з двома змінними x і y називається кожна пара чисел $(x; y)$, яка перетворює це рівняння на правильну числову рівність.

Наприклад:

Для рівняння $5x + 2y = 9$ пара $(1; 2)$ є розв'язком, оскільки при $x = 1$ і $y = 2$ одержуємо $5 \cdot 1 + 2 \cdot 2 = 9$; $9 = 9$ – правильна рівність.

Пара $(0; 1)$ не є розв'язком заданого рівняння, оскільки при $x = 0$ і $y = 1$ одержуємо $5 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 2$; $2 \neq 9$ – неправильна рівність.

Два рівняння з двома змінними називаються **рівносильними**, якщо вони мають одні й ті самі розв'язки або обидва рівняння не мають розв'язків.

Наприклад:

Рівняння $x - y = 0$ і $x = y$ – рівносильні.

Властивості рівняння

- 1. Якщо обидві частини рівняння з двома змінними помножити або поділити на одне і те саме число, яке не дорівнює нулю, то одержимо рівняння, **рівносильне даному.***
- 2. Якщо будь-який член рівняння з двома змінними перенести з однієї частини рівняння в іншу з протилежним знаком, то одержимо рівняння, **рівносильне даному.***

Виконання вправ

Які з пар чисел $(10; 1)$, $(1; 10)$, $(7; 2)$, $(7; -2)$, $(9; 0)$ є розв'язками рівняння $x - y = 9$?

$(10; 1)$ – так

$$10 - 1 = 9;$$

$$9 = 9.$$

$(1; 10)$ – ні

$$1 - 10 = 9;$$

$$-9 \neq 9.$$

$(7; 2)$ – ні

$$7 - 2 = 9;$$

$$5 \neq 9.$$

$(7; -2)$ – так

$$7 - (-2) = 9;$$

$$9 = 9.$$

$(9; 0)$ – так

$$9 - 0 = 9;$$

$$9 = 9.$$

Відповідь: $(10; 1)$, $(7; -2)$, $(9; 0)$.

Виконання вправ

Розв'язком яких рівнянь є пара чисел $(-1; 3)$:

1) $2x - 17y = 53;$

2) $3x^2 + y^2 = 12;$

3) $(x - 3)(y + 2) = -20;$

4) $0x + 4y = -12;$

5) $0x + 0y = 0;$

6) $x^2 + 1 = y^2 - 7?$

1) $2x - 17y = 53;$

$$2 \cdot (-1) - 17 \cdot 3 = 53;$$

$$-2 - 51 = 53;$$

$$-53 \neq 53.$$

2) $3x^2 + y^2 = 12;$

$$3(-1)^2 + 3^2 = 12;$$

$$3 + 9 = 12;$$

$$12 = 12.$$

3) $(x - 3)(y + 2) = -20;$

$$(-1 - 3)(3 + 2) = -20;$$

$$(-4) \cdot 5 = -20;$$

$$-20 = -20.$$

4) $0x + 4y = -12;$

$$0 \cdot (-1) + 4 \cdot 3 = -12;$$

$$12 \neq -12.$$

5) $0x + 0y = 0;$

$$0 \cdot (-1) + 0 \cdot 3 = 0;$$

$$0 = 0.$$

6) $x^2 + 1 = y^2 - 7;$

$$(-1)^2 + 1 = 3^2 - 7;$$

$$2 = 9 - 7;$$

$$2 = 2.$$

Розв'язком рівняння з двома змінними називається будь-яка пара чисел $(x; y)$, яка перетворює рівняння на тотожність.

Розв'язати рівняння з двома змінними – означає знайти всі пари чисел $(x; y)$, які є його розв'язком.

Множина точок, координати яких задовольняють рівняння $ax + by = c$, називається його графіком.

Графіком рівняння $ax + by + c = 0$, де a, b, c – деякі числа, є пряма.

Пряма визначається двома точками. Тому для побудови графіка лінійного рівняння потрібно:

- Знайти два його розв'язки;*
- Позначити на координатній площині точки, що відповідають цим розв'язкам;*
- Провести через них пряму.*

Системи лінійних рівнянь з двома змінними.

Системою рівнянь називається деяка кількість рівнянь, для яких треба знайти спільні розв'язки.

Розв'язком системи рівнянь з двома змінними називається пара значень змінних, яка перетворює кожне рівняння системи на правильну рівність.

Розв'язати систему рівнянь – означає знайти всі її розв'язки або встановити, що їх немає.

Записується система за допомогою фігурної дужки:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2. \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{- де } a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 \text{ - задані числа,} \\ \text{а } x \text{ і } y \text{ - змінні.} \end{array}$$

Графічний метод розв'язання системи рівнянь з двома змінними (алгоритм)

1. Виразити змінну y через x в кожному рівнянні.
2. Побудувати в одній системі координат графіки обох рівнянь.
3. Знайти точку у якій графіки перетинаються.
4. Визначити координати цієї точки.
5. Записати відповідь у вигляді: $(x; y)$.

Розв'язання системи графічним методом.

$$\begin{cases} y - x = 2, \\ y + x = 10 \end{cases}$$

Виражаємо змінну y через x в кожному рівнянні

$$\begin{cases} y = x + 2, \\ y = 10 - x \end{cases}$$

Побудуємо графік першого рівняння

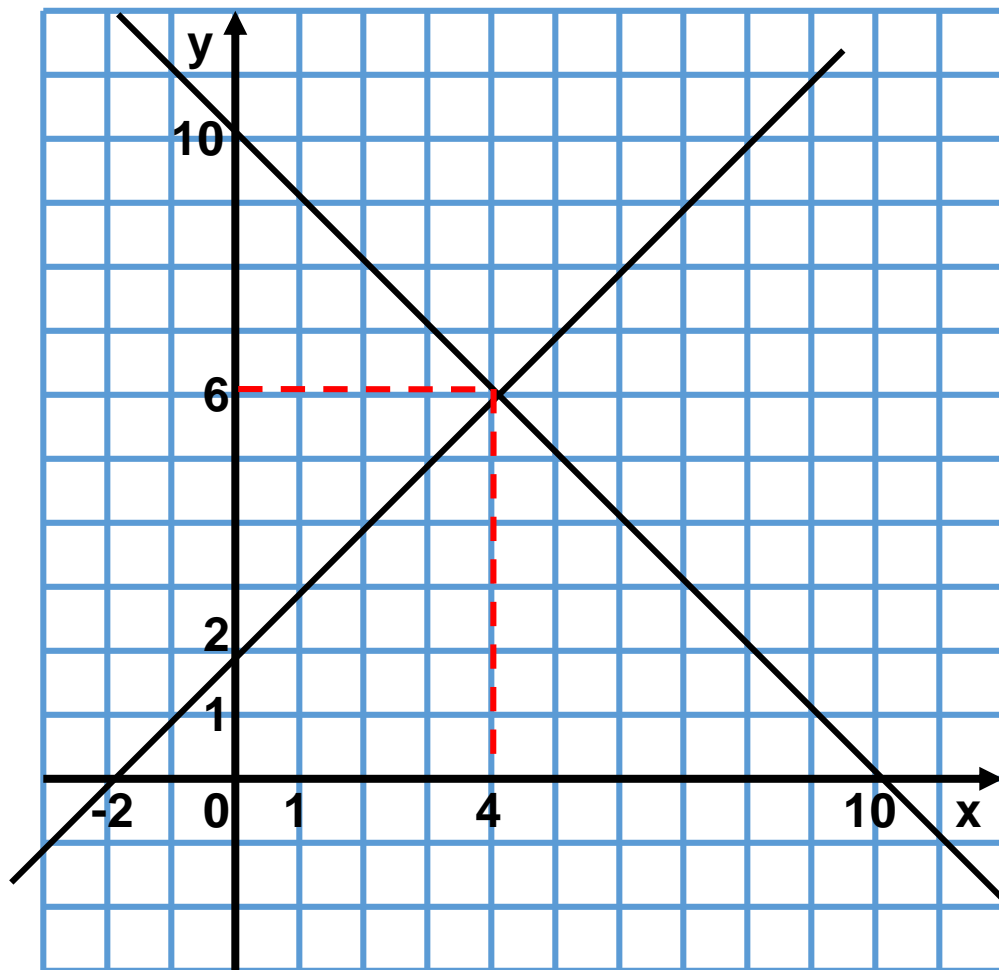
$$y = x + 2$$

x	0	-2
y	2	0

Побудуємо графік другого рівняння

$$y = 10 - x$$

x	0	10
y	10	0



Відповідь: (4; 6)